একাদশ শ্রেণি

চতুর্থ অধ্যায় (বৃত্ত)

বৃত্ত একটি সমতলীয় জ্যামিতিক চিত্র যার বিন্দুগুলো কোনো নির্দিষ্ট বিন্দু থেকে সমদূরত্বে অবস্থিত।

বৃত্ত (Circle) শব্দটি গ্রিক শব্দ kirkos/kuklos থেকে এসেছে যার অর্থ গোলাকার।

****বৃত্তের সাধারণ সমীকরণ : (১) $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$**

এখানে বৃত্তের কেন্দ্র $(-g, -f)$ এবং ব্যাসার্ধ $\sqrt{g^2 + f^2 - c}$

(২) $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$

এখানে বৃত্তের কেন্দ্র (h , k) এবং ব্যাসার্ধ r

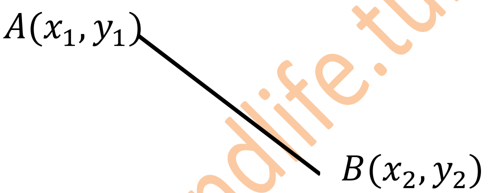
বৃত্তের সমীকরণটির বৈশিষ্ট্য ঃ (i) সমীকরণটি একটি দ্বিঘাত সমীকরণ যা x ও y চলক সংবলিত।

(ii) xy সংবলিত কোনো পদ নেই এবং

(iii) x^2ও y^2 এর সহগ পরস্পর সমান।

****বিশেষ সূত্রঃ** (x_1, y_1) ও (x_2, y_2) বিন্দু দুইটিকে ব্যাসের প্রান্তবিন্দু ধরে অঙ্কিত বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় :

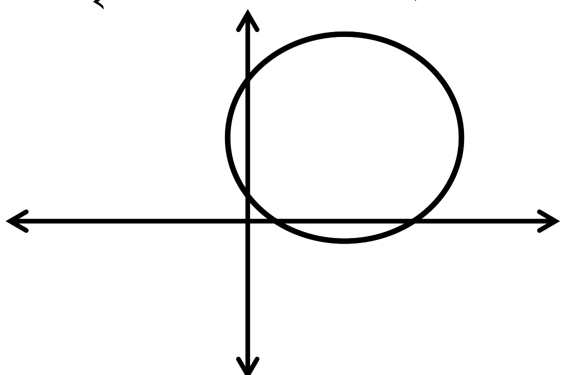
$$(y - y_1)(y - y_2) + (x - x_1)(x - x_2) = 0$$



**একটি বৃত্ত এবং একটি রেখার ছেদবিন্দুগামী বৃত্তের সমীকরণ : বৃত্তের সমীকরণ+ k (রেখার সমীকরণ) = 0

** দুটি বৃত্তের ছেদবিন্দুগামী বৃত্তের সমীকরণ : একটি বৃত্তের সমীকরণ+ k (অপর বৃত্তের সমীকরণ) = 0

$x^2 + y^2 + 2gx + 2fx + c = 0$ বৃত্তটি দ্বারা অক্ষদ্বয়ের খন্ডিতাংশের পরিমাণ নির্ণয় :



(১) প্রদত্ত বৃত্তটি দ্বারা x- অক্ষ হতে খন্ডিতাংশের পরিমাণ $= 2\sqrt{g^2 - c}$

(২) প্রদত্ত বৃত্তটি দ্বারা y- অক্ষ হতে খন্ডিতাংশের পরিমাণ = $2\sqrt{f^2 - c}$

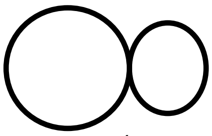
অনুসিদ্ধান্ত ঃ (i) যদি বৃত্তটি x- অক্ষকে স্পর্শ করে, তাহলে x- অক্ষের খন্ডিতাংশের পরিমাণ,

$2\sqrt{g^2 - c} = 0$, অর্থাৎ $g^2 = c$

(ii) অনুরূপভাবে বৃত্তটি y- অক্ষকে স্পর্শ করলে $f^2 = c$

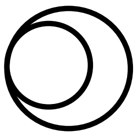
(iii) বৃত্তটি উভয় অক্ষকে স্পর্শ করলে $g^2 = f^2 = c$

**** দুইটি বৃত্ত পরস্পরকে স্পর্শ করার শর্ত :**



(a) বৃত্তদ্বয় বহিঃস্থভাবে স্পর্শ করার শর্ত : কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব = ব্যাসার্ধদ্বয়ের যোগফল

অর্থাৎ $(c_1c_2) = r_1 + r_2, (r_1 > r_2)$

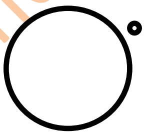


(b) বৃত্তদ্বয় অন্তঃস্থভাবে স্পর্শ করার শর্ত : কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব = ব্যাসার্ধদ্বয়ের বিয়োগফল

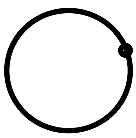
অর্থাৎ $(c_1c_2) = r_1 - r_2, (r_1 > r_2)$

**** বৃত্তের সাপেক্ষে কোনো বিন্দুর অবস্থান নির্ণয় :**

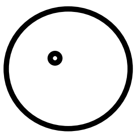
(x_1, y_1) বিন্দুটি $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ বৃত্তের-



(i) বাইরে অবস্থান করবে যদি, ${x_1}^2 + {y_1}^2 + 2gx_1 + 2fxy_1 + c > 0$ হয়।



(ii) পরিধির উপর অবস্থান করবে যদি, ${x_1}^2 + {y_1}^2 + 2gx_1 + 2fxy_1 + c = 0$ হয়।



(iii) ভিতরে অবস্থান করবে যদি, ${x_1}^2 + {y_1}^2 + 2gx_1 + 2fxy_1 + c < 0$ হয়।

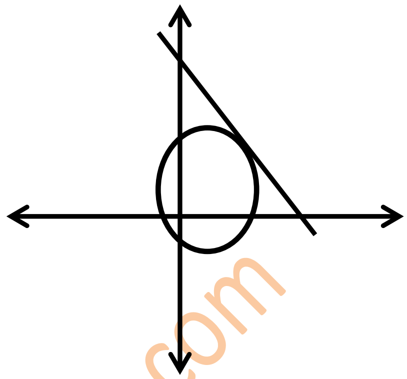
** (x_1, y_1) বিন্দুতে $x^2 + y^2 = r^2$ বৃত্তের স্পর্শকের সমীকরণ, $xx_1 + yy_1 = r^2$

** (x_1, y_1) বিন্দুতে $\mathbf{x^2 + y^2 + 2gx + 2fx + c = 0}$ বৃত্তের স্পর্শকের সমীকরণ

$$xx_1 + yy_1 + g(x+x_1) + f(y+y_1) + c = 0$$

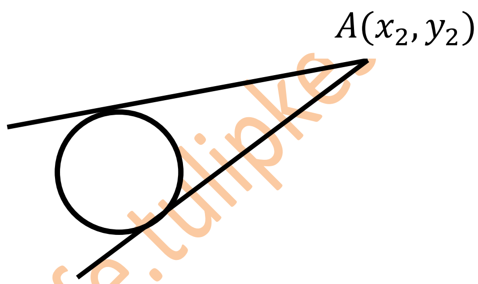
** y = mx+c সরলরেখা $x^2 + y^2 += a^2$ বৃত্তে স্পর্শক হওয়ার শর্ত :

$$(1+m^2)\ x^2 + 2mcx + (c^2 - a^2) = 0$$



স্পর্শবিন্দু স্থানাঙ্ক $\left(\frac{am}{\sqrt{1+m^2}}, \frac{-a}{\sqrt{1-m^2}}\right)$ অথবা, $\left(\frac{-am}{\sqrt{1+m^2}}, \frac{a}{\sqrt{1+m^2}}\right)$

**** বহিঃস্থ কোনো বিন্দু হতে একটি বৃত্তে অঙ্কিত স্পর্শকের দৈর্ঘ্য নির্ণয় :**

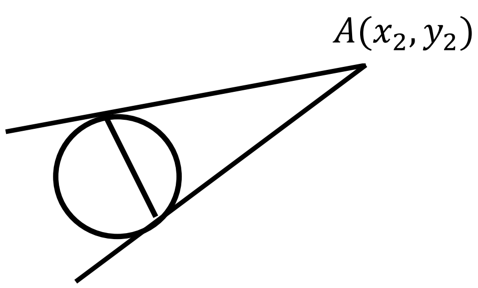


(a) বহিঃস্থ $P(x_1, y_1)$ বিন্দু হতে $x^2 + y^2 = r^2$ বৃত্তে অঙ্কিত স্পর্শকের দৈর্ঘ্য : $\sqrt{{x_1}^2 + {y_1}^2 - r^2}$

(b) বহিঃস্থ $P(x_1, y_1)$ বিন্দু হতে $\mathbf{x^2 + y^2 + 2gx + 2fx + c = 0}$ বৃত্তে অঙ্কিত স্পর্শকের দৈর্ঘ্য :

$\sqrt{{x_1}^2 + {y_1}^2 + 2gx_1 + 2fy_1 + c}$

** স্পর্শ জ্যা এর সমীকরণ :



(a) বহিঃস্থ $A(x_1, y_1)$ বিন্দু হতে $x^2 + y^2 = r^2$ বৃত্তে অঙ্কিত স্পর্শ জ্যা এর সমীকরণ : $xx_1 + yy_1 = r^2$

(b) বহিঃস্থ $A(x_1, y_1)$ বিন্দু হতে $\mathbf{x^2 + y^2 + 2gx + 2fx + c = 0}$ বৃত্তে অঙ্কিত স্পর্শ জ্যা এর সমীকরণ :

$$xx_1 + yy_1 + g(x + x_1) + f(y + y_1) + c = 0$$