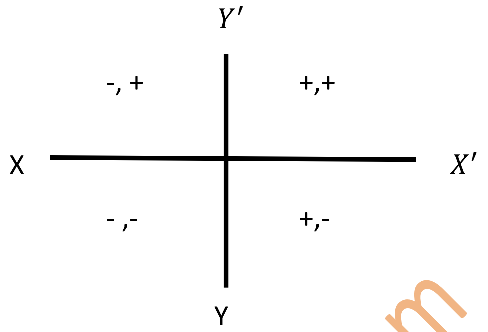
উচ্চতর গণিত (সূত্রাবলী)
একাদশ শ্রেণি
অধ্যায় -৩(সরলরেখা)
অনুশীলনী-(3A)

❖ আয়তাকার কার্তেসীয় স্থানাংক :



❖ কার্তেসীয় স্থানাংক (x,y) এবং পোলার স্থানাংক (r, θ) এর মধ্যে সম্পর্ক: (1) x = rcosθ,y = rsinθ

(2) r = $\sqrt{x^2 + y^2}$, $\theta = \tan^{-1}\frac{y}{x}$

- [নোটঃ পোলার স্থানাংকে r কে ব্যাসার্ধ ভেক্টর এবং θ কে ভেক্টর কোণ বলা হয় ।]

✓ কার্তেসীয় স্থানাংক (-x,y) হলে অর্থাৎ ,বিন্দুর অবস্থান ২য় চতুর্ভাগে অবস্থিত হলে $\theta = \pi - \tan^{-1}\frac{y}{x}$

✓ কার্তেসীয় স্থানাংক (-x,-y) হলে অর্থাৎ, বিন্দুর অবস্থান ৩য় চতুর্ভাগে অবস্থিত হলে θ= $\tan^{-1}\frac{y}{x} - \pi$ অথবা, $\theta = \tan^{-1}\frac{y}{x} + \pi$

✓ কার্তেসীয় স্থানাংক (x,-y) হলে অর্থাৎ ,বিন্দুর অবস্থান ৪য় চতুর্ভাগে অবস্থিত হলে θ = 2π- $\tan^{-1}\frac{y}{x}$ অথবা, $\theta = \tan^{-1}\frac{y}{x}$

❖ দুটি বিন্দুর মধ্যবর্তী দুরত্ব d = $\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + ((y_1 - y_2))^2}$

❖ x অক্ষের উপর y এর স্থানাংক ০

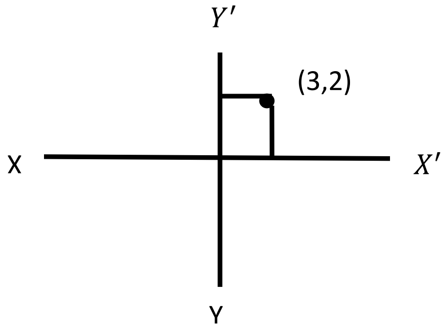
❖ y অক্ষের উপর x এর স্থানাংক ০

❖ y অক্ষ হতে একটি বিন্দুর দুরত্ব ঐ বিন্দুর ভুজের সমান ।

❖ যেমন, y অক্ষ হতে (3,2) বিন্দুর দুরত্ব 3

❖ x অক্ষ হতে একটি বিন্দুর দুরত্ব ঐ বিন্দুর কোটির সমান ।

❖ যেমন, x অক্ষ হতে (3,2) বিন্দুর দুরত্ব 2



❖ মূল বিন্দুর স্থানাংক (০,০)

❖ x অক্ষের স্থানাংককে ভুজ বলা হয় ।

❖ যেমন, (3,2) বিন্দুর ভুজ 3

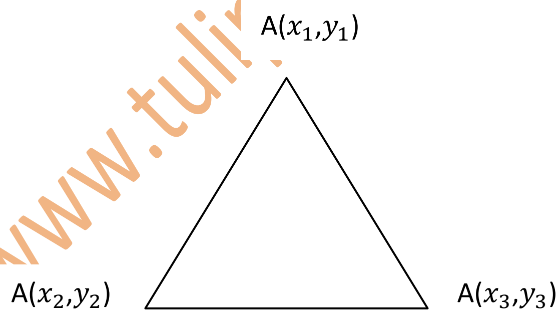
❖ y অক্ষের স্থানাংককে কোটি বলা হয় ।

- যেমন, (3,2) বিন্দুর কোটি 2

অনুশীলনী-(3B)

- একটি রেখার অন্তর্বিভক্ত বিন্দুর স্থানাংক $\left(\frac{m_1x_2+m_2x_1}{m_1+m_2}, \frac{m_1y_2+m_2y_1}{m_1+m_2}\right)$
- একটি রেখার বহির্বিভক্ত বিন্দুর স্থানাংক $\left(\frac{m_1x_2-m_2x_1}{m_1-m_2}, \frac{m_1y_2-m_2y_1}{m_1-m_2}\right)$
- একটি রেখার মধ্যবিন্দুর স্থানাংক $\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$
- একটি ত্রিভুজের ভর কেন্দ্রের স্থানাংক $\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3}, \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$
- রম্বসের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ কর্ণদ্বয়ের গুণফল

অনুশীলনী-(3C)



- ΔABC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$
- A,B,C তিনটি বিন্দু একই সরল রেখায় অবস্থিত হলে ক্ষেত্রফল শূণ্য হবে, অর্থাৎ $\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$

  $= 0$ হবে
- ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের অন্য একটি নিয়ম : (Shoelace Formula)

  ΔABC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{vmatrix}$

$$= \frac{1}{2} (x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_1 - y_1x_2 - y_1x_3 - y_3x_1)$$

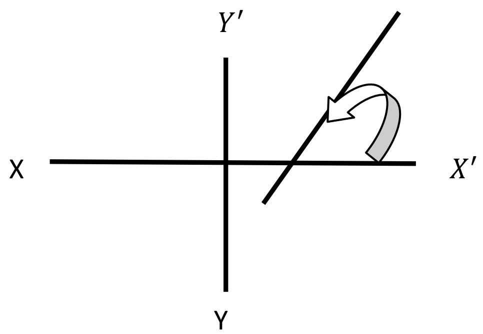
- ❖ একটি রেখার অন্তর্বিভক্ত বিন্দুর স্থানাংক ($\frac{m_1x_2+m_2x_1}{m_1+m_2}$, $\frac{m_1y_2+m_2y_1}{m_1+m_2}$)
- ❖ একটি রেখার বহির্বিভক্ত বিন্দুর স্থানাংক ($\frac{m_1x_2-m_2x_1}{m_1-m_2}$, $\frac{m_1y_2-m_2y_1}{m_1-m_2}$)
- ❖ একটি রেখার মধ্যবিন্দুর স্থানাংক ($\frac{x_1+x_2}{2}$, $\frac{y_1+y_2}{2}$)
- ❖ একটি ত্রিভুজের ভর কেন্দ্রের স্থানাংক ($\frac{x_1+x_2+x_3}{3}$, $\frac{y_1+y_2+y_3}{3}$)
- ❖ দুটি বিন্দুর মধ্যবর্তী দুরত্ব d = $\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + ((y_1 - y_2))^2}$

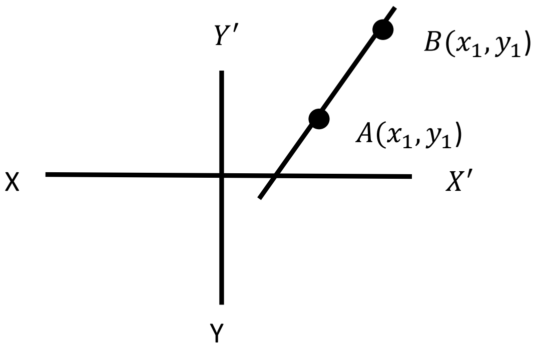
অনুশীলনী-(3D)

- ❖ দুটি বিন্দুর মধ্যবর্তী দুরত্ব d = $\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + ((y_1 - y_2))^2}$

অনুশীলনী-(3E)

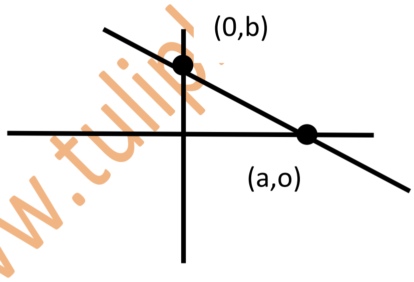
- ❖ ঢাল: কোন সরল রেখা x অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে যে কোণ উৎপন্ন তার ত্রিকোণমিতিক tangent কে ঐ সরল রেখার ঢাল বলে । ঢাল কে m দ্বারা প্রকাশ করা হয় । m = tanθ



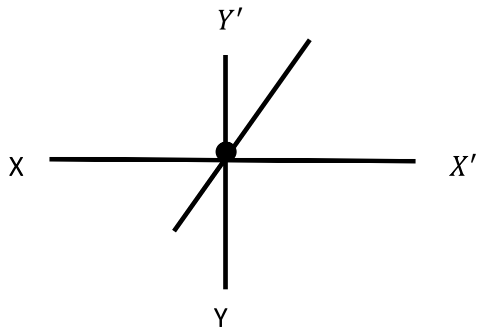


- ❖ AB রেখার ঢাল m = $\frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$
- ❖ এক বিন্দুগামী এবং m ঢাল বিশিষ্ট রেখার সমীকরন y - y_1 = m(x - x_1)
- ❖ দুই বিন্দুগামী রেখার সমীকরন $\frac{x - x_1}{x_1 - x_2} = \frac{y - y_1}{y_1 - y_2}$

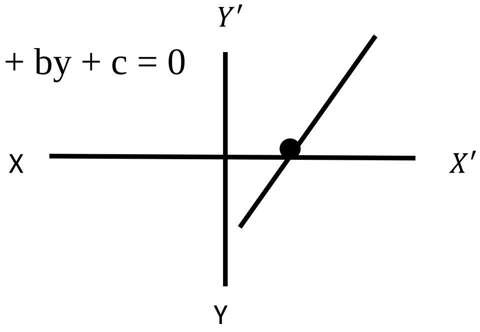
- ❖ উভয় অক্ষকে ছেদকারী রেখার সমীকরন : $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ যেখানে x অক্ষের স্থানাংক (a,o) এবং yঅক্ষের স্থানাংক (0,b)



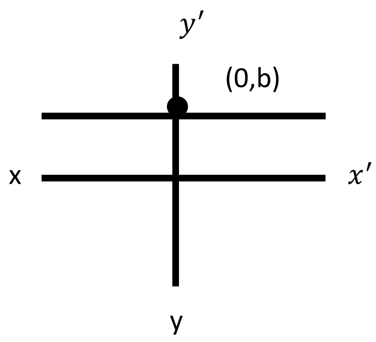
- ❖ মূল বিন্দুগামী রেখার সমীকরন y = mx



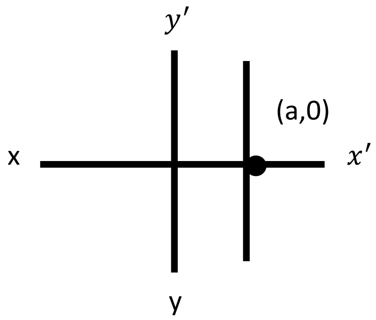
- ❖ যে কোন সরল রেখার সমীকরন y = mx + c অথবা, ax + by + c = 0



❖ x অক্ষের সমান্তরাল রেখার সমীকরন y = b যেখানে y অক্ষের স্থানাংক (0,b)



❖ y অক্ষের সমান্তরাল রেখার সমীকরন x = a যেখানে xঅক্ষের স্থানাংক (a,0)



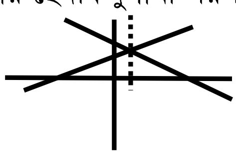
অনুশীলনী-(3F)

❖ দুইটি সরল রেখার অর্ন্তভুক্ত কোণ $\theta = \pm \tan^{-1} \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2}$

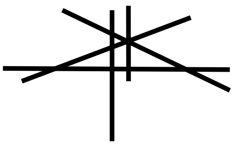
❖ দুইটি সরল রেখা পরস্পর সমান্তরাল হওয়ার শর্ত , $m_1 = m_2$

❖ দুইটি সরল রেখা পরস্পর লম্ব হওয়ার শর্ত $m_1 \times m_2$ = - 1

❖ $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ ও $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ সরলরেখার ছেদবিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ$a_1x + b_1y + c_1$+k($a_2x + b_2y + c_2) = 0$



❖ তিনটি সরল রেখা $a_1x + b_1y + c_1 = 0$, $a_2x + b_2y + c_2 = 0$, $a_3x + b_3y + c_3 = 0$সমবিন্দু হওয়ার শর্ত : $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = 0$

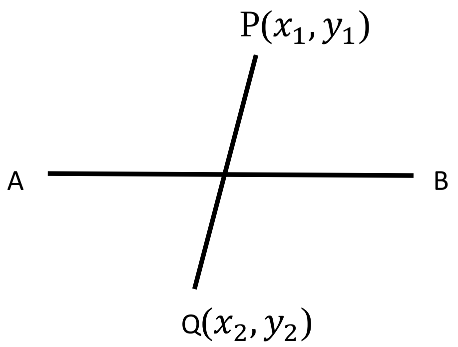


❖ $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ রেখার লম্ব রেখার সমীকরণ : $b_1x - a_1y + k = 0$

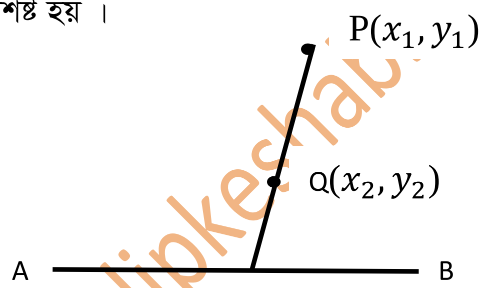
❖ $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ রেখার সমান্তরাল রেখার সমীকরণ : $a_1x + b_1y + k = 0$

অনুশীলনী-(3G)

- ❖ (x_1, y_1) ও (x_2, y_2) বিন্দুদ্বয় ax + by + c = 0 রেখার বিপরীত পার্শ্বে অবস্থিত হবে যদি $ax_1 + by_1 + c$ ও $ax_2 + by_2 + c$ বিপরীত চিহ্ন বিশিষ্ট হয় ।

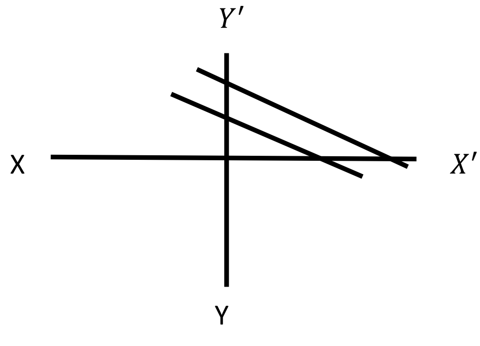


- ❖ (x_1, y_1) ও (x_2, y_2) বিন্দুদ্বয় ax + by + c = 0 রেখার একই পার্শ্বে অবস্থিত হবে যদি $ax_1 + by_1 + c$ ও $ax_2 + by_2 + c$ একই চিহ্ন বিশিষ্ট হয় ।

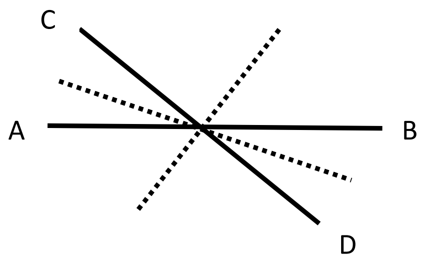


- ❖ যদি $ax_1 + by_1 + c$ এবং c একই চিহ্ন বিশিষ্ট হয় তবে,(0,0) এবং (x_1, y_1) একই পার্শ্বে অবস্থিত । আর যদি $ax_1 + by_1 + c$ এবং c বিপরীত চিহ্ন বিশিষ্ট হয় তবে, (0,0) এবং (x_1, y_1) বিপরীত পার্শ্বে অবস্থিত ।

- ❖ দুটি সমান্তরাল সরল রেখার মধ্যবর্তী দুরত্ব অর্থাৎ ax + by + c_1 = 0 ও ax + by + c_2 = 0 সরল রেখার মধ্যবর্তী দুরত্ব $\left|\frac{c_1 - c_2}{\sqrt{a^2+b^2}}\right|$



❖ দুটি সরল রেখার অন্তর্ভুক্ত কোণের সমদ্বিখন্ডকের সমীকরণ অর্থাৎ $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ ও $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ সরল রেখার অন্তর্ভুক্ত কোণের সমদ্বিখন্ডকের সমীকরণ $\frac{a_1x+b_1y+c_1}{\sqrt{a_1^2+b_1^2}} = \pm\frac{a_2x+b_2y+c_2}{\sqrt{a_2^2+b_2^2}}$



- $4x - 4y + 3 = 0$ ও $x + 7y - 2 = 0$ এর সমদ্বিখন্ডকের সমীকরণ
  $\frac{4x-4y+3=0}{\sqrt{4^2+(-4)^2}} = \pm\frac{x+7y-2=0}{\sqrt{1^2+7^2}}$

➢ দুইটি সরল রেখার অন্তর্গত কোণের সমদ্বিখন্ডকদ্বয় পরস্পর লম্ব ।

➢ প্রাপ্ত সমীকরণদ্বয়ে x এর সহগ একই চিহ্ন বিশিষ্ট করার পর $a_1a_2 + b_1b_2 > 0$ হলে ঋণাত্মক চিহ্ন হতে প্রাপ্ত সমদ্বিখন্ডকটি সূক্ষ্মকোণের সমদ্বিখন্ডক অপরটি স্থুলকোণের সমদ্বিখন্ডক ।

- $(4x - 4y + 3) = \pm(x + y - 2)$
  $\Longrightarrow$ + চিহ্ন নিয়ে $3x - 5y + 5 = 0$, - চিহ্ন নিয়ে $5x - 3y + 1 = 0$
  এখানে $a_1 = 3, a_2 = 5, b_1 = -5, b_2 = -3$
  এখন $a_1a_2 + b_1b_2 = 3.5 + (-5).(-3) = 30 > 0$ তাই - চিহ্ন হতে প্রাপ্ত সমদ্বিখন্ডক $5x - 3y + 1 = 0$ হচ্ছে সূক্ষ্মকোণের সমদ্বিখন্ডক অপরটি স্থুলকোণের সমদ্বিখন্ডক ।

➢ প্রাপ্ত সমীকরণদ্বয়ে x এর সহগ একই চিহ্ন বিশিষ্ট করার পর $a_1a_2 + b_1b_2 < 0$ হলে ধনাত্মক চিহ্ন হতে প্রাপ্ত সমদ্বিখন্ডকটি সূক্ষ্মকোণের সমদ্বিখন্ডক অপরটি স্থুলকোণের সমদ্বিখন্ডক ।

- $5(4x - 4y + 3) = \pm4(x + y - 2)$
  $\Longrightarrow$ + চিহ্ন নিয়ে $16x - 48y + 23 = 0$, - চিহ্ন নিয়ে $24x + 8y + 7 = 0$
  এখানে $a_1 = 24, a_2 = 24, b_1 = -48, b_2 = 23$
  এখন $a_1a_2 + b_1b_2 = 24.24 + (-48).23 = -528 < 0$ তাই + চিহ্ন হতে প্রাপ্ত সমদ্বিখন্ডক $16x - 48y + 23 = 0$ হচ্ছে সূক্ষ্মকোণের সমদ্বিখন্ডক অপরটি স্থুলকোণের সমদ্বিখন্ডক ।

➢ প্রাপ্ত সমীকরণদ্বয়ে x এর সহগ একই চিহ্ন বিশিষ্ট করার পর c_1 ও c_2 একই চিহ্ন বিশিষ্ট হলে ধনাাত্মক চিহ্ন হতে প্রাপ্ত সমদ্বিখন্ডকটি মূলবিন্দুধারী কোণের সমদ্বিখন্ডক । আর যদি c_1 ও c_2 বিপরীত চিহ্ন বিশিষ্ট হয় তাহলে ঋণাত্মক চিহ্ন হতে প্রাপ্ত সমদ্বিখন্ডকটি মূলবিন্দুধারী কোণের সমদ্বিখন্ডক ।

- $5(4x - 4y + 3) = \pm4(x + y - 2)$
  $\Longrightarrow$ + চিহ্ন নিয়ে $16x - 48y + 23 = 0$, - চিহ্ন নিয়ে $24x + 8y + 7 = 0$
  এখানে $c_1 = 23, c_2 = 7$ তাই + চিহ্ন হতে প্রাপ্ত সমদ্বিখন্ডক $16x - 48y + 23 = 0$ হচ্ছে মূলবিন্দুধারী কোণের সমদ্বিখন্ডক ।